GUÍA N° 4

Nombre	

Curso		**Fecha**		**Puntaje Obtenido**	

OA 2

MOSTRAR QUE COMPRENDEN LAS POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

1. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POTENCIAS DE BASE RACIONAL.

CASO 1

OBJETIVO DE LA CLASE:
Aplicar las propiedades de la multiplicación y la división de potencias.
Resolver problemas de la vida diaria usando potencias de base racional.

Para **multiplicar potencias de igual base racional** y con **exponente entero**, se conserva la base y se suman los exponentes.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

EJEMPLO N° 1

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5$.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5 = \frac{(-9)^3}{4^3} \cdot \frac{(-9)^5}{4^5}$$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$$= \frac{(-9)^3 \cdot (-9)^5}{4^3 \cdot 4^5}$$ → Multiplicas fracciones.

$$= \frac{(-9)^{3+5}}{4^{3+5}}$$ → Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias.

$$= \left(\frac{-9}{4}\right)^{3+5}$$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

CASO 2

Para **multiplicar potencias de igual exponente** se conserva el exponente y se multiplican las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, se tiene:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

EJEMPLO N° 2

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

→ Escribes las potencias como multiplicación iterada.

$$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5}$$

→ Aplicas la conmutatividad para reordenar los factores.

$$= \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) = \left(-\frac{6}{20}\right)^3$$

→ Multiplicas cada par de factores y representa como una potencia.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

CASO 3

Para **dividir potencias de igual base racional** distinta de 0 y de **exponente entero** se conserva la base, y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

EJEMPLO N° 3

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5$.

$$\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{(-5)^3}{2^3} : \frac{(-5)^5}{2^5}$$

→ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$$= \frac{(-5)^3}{2^3} \cdot \frac{2^5}{(-5)^5}$$

→ Representas la división de fracciones como una multiplicación.

$$= \frac{(-5)^3 \cdot 2^5}{2^3 \cdot (-5)^5}$$

→ Multiplicas fracciones.

$$= \frac{(-5)^{3-5}}{2^{3-5}}$$

→ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual base.

$$= \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$$

→ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo tanto, $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$.

CASO 4

Para **dividir potencias de igual exponente entero** se conserva el exponente y se dividen los números racionales de las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

EJEMPLO N° 4

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual exponente y base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3$.

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \frac{4^3}{7^3}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{7^3}{4^3}$ → Representas la división de fracciones como una multiplicación.

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3$ → Escribes el segundo factor como potencia de base racional.

$= \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4}\right)^3$ → Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.

$= \left(-\frac{2}{3} : \frac{4}{7}\right)^3$ → Escribes el producto como cociente.

$= \left(-\frac{14}{12}\right)^3$ → Calculas la división de fracciones.

Por lo tanto, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{14}{12}\right)^3$.

EJEMPLO N° 5

Aplica las propiedades de las potencias para simplificar la expresión.

$$\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]$$

1. En el primer paréntesis resuelves una división de potencias de igual base.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{7-10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

2. En el segundo paréntesis resuelves una división de potencias de igual exponente.

$$\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} : \frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{100}\right)^3$$

3. Resuelve la multiplicación.

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)^3 = \left[\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)\right]^3 = \left[-\frac{20}{400}\right]^3 = \left[-\frac{1}{20}\right]^3 = -\frac{1}{8\,000}$$

Por lo tanto, $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right] = -\frac{1}{8\,000}$.

GUÍA N° 4

Nombre	

Curso		**Fecha**		**Puntaje Obtenido**	

OA 2

MOSTRAR QUE COMPRENDEN LAS POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

¡LEE ATENTAMENTE ANTES DE CONTESTAR!

Resuelve en tu taller las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. **Calcula las siguientes potencias (ESCRIBE SOLO LOS RESULTADOS):**

a). $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ $\left(\frac{3}{4}\right)^{5+3} = \left(\frac{3}{4}\right)^8$

b). $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

c). $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^5$

d). $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$

e). $\left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3$

f). $\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^4$

2. **Calcula las siguientes operaciones con potencias(ESCRIBE SOLO LOS RESULTADOS):**

Cualquiera de los dos resultados

a). $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}$

b). $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2$

c). $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3$

d). $\left(\frac{2}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$

e). $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2$

f). $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2$

3. **Calcula las siguientes operaciones con potencias(ESCRIBE SOLO LOS RESULTADOS):**

Cualquiera de los dos resultados

a). $\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{3}{4}\right)^6$

$\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{3}{4}\right)^{8-6} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

b). $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \div \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 \div \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^0 = 1$

c). $\left(\frac{2}{7}\right)^5 \div \left(\frac{2}{7}\right)^8$

d). $\left(\frac{8}{9}\right)^6 \div \left(\frac{8}{9}\right)^4$

e). $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \div \left(\frac{1}{4}\right)^8$

f). $\left(\frac{6}{7}\right)^{10} \div \left(\frac{6}{7}\right)^8$

4. **Calcula las siguientes operaciones con potencias: (ESCRIBE SOLO LOS RESULTADOS)**

Cualquiera de los dos resultados

a). $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

b). $\left(\frac{5}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2$

$\left(\frac{5}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{1}\right)^2 = \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{1}\right)^2 = \left(\frac{20}{7}\right)^2$

c). $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \div \left(\frac{2}{7}\right)^3$

d). $\left(\frac{2}{7}\right)^2 \div \left(\frac{7}{2}\right)^2$

e). $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \div \left(\frac{1}{5}\right)^3$

f). $\left(\frac{1}{7}\right)^3 \div \left(\frac{5}{9}\right)^3$

5. La directividad (D) de una antena es su capacidad de concentrar las señales y depende del tipo de señal que se transmita. La directividad de una antena de un canal de televisión UHF se calcula con la expresión:

$$D=\frac{18}{5}\cdot\frac{1}{L^2}$$

Donde la letra L representa una magnitud llamada longitud de onda, que en el caso de las señales UHF está entre 3/10 m y 3/5m.

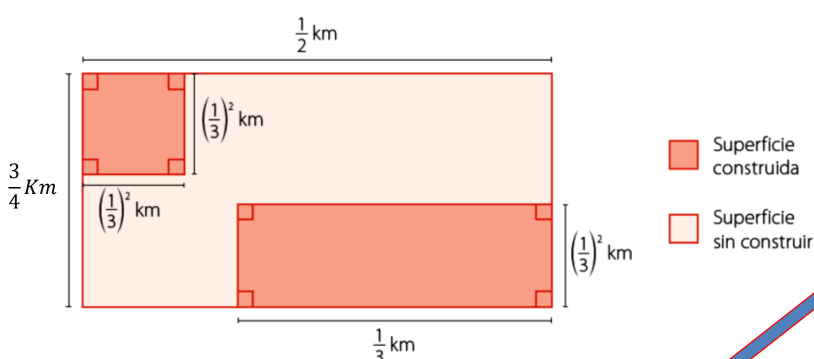
a)¿Cuál es la directividad de una antena que emite una señal de **L = 9 m**?

$$D=\frac{18}{5}\cdot\frac{1}{9^2}=\frac{18}{5}\cdot\frac{1}{81}=\frac{18\cdot 1}{5\cdot 81}=\frac{18}{405}m$$

b)¿Cuál es la directividad de una antena que emite una señal de **L = 6 m**?

$$D=\frac{18}{5}\cdot\frac{1}{6^2}=$$

6. Don José quiere comprar un terreno en el que el área sin construir sea mayor que el área construida, ya que piensa sembrar. Abajo se muestra el esquema de una propiedad. ¿**Cumple el terreno la condición solicitada por don José**? Escribe las operaciones necesarias para justificar tu respuesta.



Terminar de desarrollar y comparar los dos resultados….y contestar

$$AREA\ CONSTRUIDA=\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)=$$

$$AREA\ SIN\ CONSTRUIR=\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)=$$